

VŠB – Technická univerzita Ostrava

Fakulta strojní

Katedra aplikované mechaniky

**Optimalizace fixace desky plošných spojů
v ultrazvukovém olejovém hladinovém senzoru**

*PCB Design Fixation in Ultrasonic Oil Level Sensor
Optimization*

Student:

Radek Páleník

Vedoucí bakalářské práce:

Ing. Tomáš Brzobohatý, Ph.D.

Ostrava 2017

Zadání bakalářské práce

Student:

Radek Páleník

Studijní program:

B2341 Strojírenství

Studijní obor:

3901R003 Aplikovaná mechanika

Téma:

Optimalizace fixace desky plošných spojů v ultrazvukovém olejovém
hladinovém senzoru

PCB Design Fixation in Ultrasonic Oil Level Sensor Optimization

Jazyk vypracování:

čeština

Zásady pro vypracování:

1. Seznámení se s možnostmi fixace desky plošných spojů (DPS)
2. Možnosti optimalizace aktuálního řešení fixace DPS
3. Modální a harmonická MKP analýza vybraného řešení
4. Hodnocení navrhovaného řešení s ohledem na základní požadavky výroby
5. Vyhodnocení výsledků a závěr

Seznam doporučené odborné literatury:

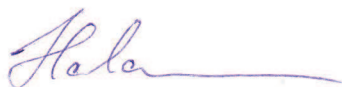
- [1] DROZDA, Jiří. Příručka ANSYS Workbench. 1. vyd. Praha: Česká technika - nakladatelství ČVUT, 2012.
- [2] LEINVEBER, Jan a Pavel VÁVRA. Strojnické tabulky: pomocná učebnice pro školy technického zaměření. 5., upr. vyd. Úvaly: Albra, 2011.
- [3] BITTNAR, Zdeněk a Jiří ŠEJNOHA. Numerické metody mechaniky. 1. vyd. Praha: ČVUT, 1992.
- [4] ZIENKIEWICZ, O a Robert L TAYLOR. The finite element method for solid and structural mechanics. 6th ed. Boston: Elsevier Butterworth-Heinemann, 2005.
- [5] RIANDE, Evaristo. Polymer viscoelasticity stress and strain in practice. New York: Marcel Dekker, 2000.
- [6] KHANDRUP, R.S.: Printed Circuits Boards: Design, Fabrication, Assembly and Testing. Tata McGraw-Hill (2005).
- [7] NIEUWENHUS, P. and WELLS, P.: The Global Automotive Industry. Wiley (2015).
- [8] LI, J. and MEERKOV, S.M.: Production Systems Engineering. Springer (2009)
- [9] CROLLA, David. Encyclopedia of automotive engineering.

Formální náležitosti a rozsah bakalářské práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

Vedoucí bakalářské práce: **Ing. Tomáš Brzobohatý, Ph.D.**

Datum zadání: 09.12.2016

Datum odevzdání: 15.05.2017



doc. Ing. Radim Halama, Ph.D.
vedoucí katedry



doc. Ing. Ivo Hlavatý, Ph.D.
děkan fakulty

Místopřísežné prohlášení studenta

Prohlašuji, že jsem celou bakalářskou práci včetně příloh vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a uvedl jsem všechny použité podklady a literaturu.

V Ostravě 15.05.2017

..........


podpis autora práce

Prohlašuji, že

- jsem byl seznámen s tím, že na moji bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména § 35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a § 60 – školní dílo.
- беру на ве́домі́, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen „VŠB-TUO“) má právo nevýdělečně ke své vnitřní potřebě bakalářskou práci užít (§ 35 odst. 3).
- souhlasím s tím, že bakalářská práce bude v elektronické podobě uložena v Ústřední knihovně VŠB-TUO k nahlédnutí a jeden výtisk bude uložen u vedoucího bakalářské práce. Souhlasím s tím, že údaje o kvalifikační práci budou zveřejněny v informačním systému VŠB-TUO.
- bylo sjednáno, že s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona.
- bylo sjednáno, že užít své dílo – bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše).
- беру на ве́домі́, že odevzdáním své práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, bez ohledu na výsledek její obhajoby.

V Ostravě 15.05.2017

Radek Páleník
Mírová 1601
735 32, Rychvald


.....
podpis autora práce

ANOTACE BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

PÁLENÍK, R. *Optimalizace fixace desky plošných spojů v ultrazvukovém olejovém hladinovém senzoru: bakalářská práce*. Ostrava: VŠB – Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, Katedra aplikované mechaniky, 2017, 94 s. Vedoucí práce: Brzobohatý, T.

Bakalářská práce se zabývá optimalizací fixace desky plošných spojů (DPS) v ultrazvukovém olejovém hladinovém senzoru. V úvodu práce jsou srovnány dostupné možnosti fixace DPS a je zvoleno vhodné řešení optimalizace. Na vytvořeném výpočtovém modelu senzoru je nejprve provedena modální a harmonická analýza původního řešení fixace DPS. Následně jsou navrženy a na základě statické analýzy optimalizovány zvolené fixační prvky. Nakonec je optimalizované řešení fixace DPS zkontrolováno modální a harmonickou analýzou a dosažené výsledky jsou porovnány s výsledky předchozí analýzy. Vytvořené fixační prvky vyhovují staticky i dynamicky a jsou navrženy s ohledem na základní požadavky výroby. Pro analýzy je použit komerční MKP software ANSYS Workbench. Práce je doplněna teoretickým rozbořem modální a harmonické analýzy řešené metodou konečných prvků.

ANNOTATION OF BACHELOR THESIS

PÁLENÍK, R. *PCB Design Fixation in Ultrasonic Oil Level Sensor Optimization: Bachelor Thesis*. Ostrava: VŠB – Technical University of Ostrava, Faculty of Mechanical Engineering, Department of Applied Mechanics, 2017, 94 p. Thesis head: Brzobohatý, T.

Bachelor thesis deals with optimization of PCB design fixation in ultrasonic oil level sensor. The introduction compares accessible PCB fixation options and suitable optimization solution is selected. On the created model of the sensor, a modal and harmonic analysis of the original PCB fixation solution is performed first. Subsequently, the chosen fixation elements are designed and using static analysis optimized. Finally, the optimized PCB fixation solution is checked by modal and harmonic analysis and the results obtained are compared with the results of the previous analysis. The created fixation elements are statically and dynamically convenient and are designed with respect to the essential requirements of the production. The ANSYS Workbench commercial FEM software is used for analyses. The thesis is supplemented by theoretical background of modal and harmonic analysis by finite element method.

**Prohlášení vedoucího bakalářské práce
o duševním vlastnictví výsledků bakalářské práce**

Vzhledem k výlučnému duševnímu vlastnictví výsledků bakalářské práce, opíraje se o článek 1 Zásad pro vypracování diplomové (bakalářské) práce, dokumentu FS_SME_05_003, je komplexní vyřešení zadání práce zařazeno jako technická zpráva. Cituji z dokumentu FS_SME_05_003 „...Tato technická zpráva bude k dispozici pouze oponentům a členům komise pro obhajobu, kteří tímto budou vázáni mlčenlivostí o jejím obsahu.“

Z pozice vedoucího bakalářské práce uznávám ve 100 % rozsahu obsah technické zprávy jako úspěšné vyřešení bakalářské práce pana Radka Páleníka.

V Ostravě 15.05.2017


.....
Ing. Tomáš Brzobohatý, Ph.D.

Obsah

Seznam použitých označení a zkratk	8
Úvod	10
1 Popis součástí senzoru	11
2 Možnosti fixace DPS	12
3 Možnosti optimalizace aktuálního řešení fixace DPS	13
4 Řešení kmitání metodou konečných prvků	14
4.1 Podélné kmitání tenké tyče – spojitá formulace	14
4.2 Podélné kmitání tenké tyče – diskrétní formulace.....	16
4.2.1 Formulace prvku.....	16
4.2.2 Diskretizace metodou konečných prvků	19
4.2.3 Modální analýza	20
4.2.4 Harmonická analýza	28
5 Analýza nového modelu senzoru	29
6 Návrh podpor	30
7 Analýza optimalizovaného upevnění DPS	31
8 Závěr	32
Poděkování	34
9 Seznam použité literatury	35

Seznam použitých označení a zkratek

Označení	Význam	Jednotka
A	Matice tvarových funkcí	-
B	Maticový operátor aproximující přetvoření	-
D	Spektrální matice	-
E	Matice materiálových konstant	-
K	Globální matice tuhosti	-
K_D	Matice dynamické tuhosti	-
M_C	Globální konsistentní matice hmotnosti	-
M_D	Globální diagonální matice hmotnosti	-
S	Matice popisující geometrii tyčového prvku	-
U	Matice báзовých funkcí	-
V	Modální matice	-
<i>A</i>	Plocha průřezu	m ²
<i>C, D</i>	Integrační konstanty	m
<i>E</i>	Modul pružnosti v tahu	Pa
<i>L</i>	Délka uvažované tyče	m
<i>T</i>	Vlastní perioda	s
<i>U</i>	Amplituda podélného kmitání	m
c	Vektor koeficientů interpolačního polynomu	-
f	Vektor budících harmonických sil	-
f_a	Vektor amplitud budících sil	-
k	Matice tuhosti prvku	-
m_C	Konsistentní matice hmotnosti prvku	-
m_D	Diagonální matice hmotnosti prvku	-
q	Vektor posuvů (případně zobecněných posuvů) uzlů	-
q_a	Vektor amplitud ustáleného vynuceného kmitání uzlů	-
u	Vektor posuvů	-
v	Vlastní vektor	-
<i>a₁(x), a₂(x)</i>	Tvarové funkce	-

a_a	Amplituda zrychlení	$\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$
c	Rychlost šíření vlastních tvarů	$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$
c_0	Fázová rychlost	$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$
c_1, c_2	Interpolační koeficienty	m, -
f	Vlastní (případně budící) frekvence	Hz
l_0	Délka tyčového prvku	m
n	Počet uzlů modelované tyče (obecně počet stupňů volnosti)	-
q_1, q_2	Podélné posuvy v uzlech tyčového prvku	m
t	Čas	s
t_1	Doba šíření ultrazvuku k referenčnímu bodu a zpět	s
t_2	Doba šíření ultrazvuku k hladině a zpět	s
u	Jednorozměrná deformace ve směru souřadnice x	m
u_a	Amplituda posuvu	m
x	Souřadnice ve směru podélné osy uvažované tyče	m
Λ	Vlnová délka	m
Ω	Vlastní kruhová frekvence	s^{-1}
σ	Vektor napětí	-
γ	Vlnové číslo	m^{-1}
λ	Vlastní číslo	s^{-2}
ω	Budící kruhová frekvence	s^{-1}
ϱ	Hustota	$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$
ε	Vektor poměrné deformace (přetvoření)	-
∂	Matice derivací	-

Zkratka	Význam
DPS	Deska plošných spojů
GSS	Globální souřadný systém
HMH	Energetická pevnostní hypotéza Huber-Mises-Hencky
LSS	Lokální souřadný systém
MKP	Metoda konečných prvků
NTC rezistor	Termistor s negativním teplotním koeficientem

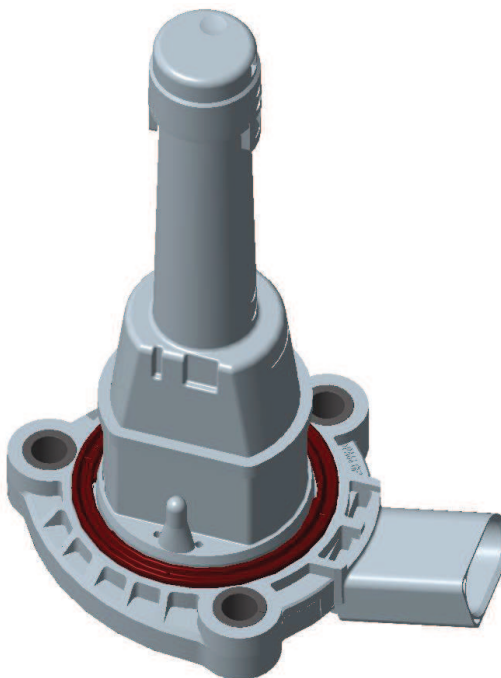
Úvod

Ultrazvukový olejový hladinový senzor slouží k měření výšky hladiny oleje v olejové vaně pod motorem moderního osobního automobilu. Jak už sám název napovídá, senzor pracuje na principu ultrazvuku, což je mechanické vlnění (tj. kmitání) s frekvencí vyšší než cca 20 kHz, které se šíří prostředím díky jeho elastickým vlastnostem.

Společnost Continental (dále jen „zadavatel práce“) vyvíjí a vyrábí tyto senzory v různých provedeních a na obrázku 1 je zobrazeno jedno z nich. Jednotlivá provedení senzoru se navzájem liší zejména svou výškou.

Jelikož je senzor součástí osobního automobilu, je vystaven značnému dynamickému namáhání. Proto než je senzor předán do výroby, je potřeba každý prototyp experimentálně otestovat. Experimentální testy jsou však časově i finančně dost nákladné, protože je pro ně potřeba senzor fyzicky mít. V dnešní době pokročilých výpočetních technologií by bylo nevhodné rovnou experimentálně testovat každý prototyp navržený jen na základě odborného odhadu a zkušeností. Proto se každý návrh nejprve podrobí výpočetním analýzám, které virtuálně simulují reálné zatížení, a až návrh vyhoví, zhotoví se prototyp pro experimenty.

Cílem této práce je na základě výpočtu metodou konečných prvků optimalizovat upevnění desky plošných spojů v senzoru, protože stávající řešení upevnění je výrobně poměrně drahé. Pro analýzy v této práci byl na základě doporučení zadavatele zvolen komerční výpočtový software ANSYS Workbench.



Obrázek 1 Ultrazvukový olejový hladinový senzor

1 Popis součástí senzoru

Tato kapitola obsahuje 2 strany a je součástí Technické zprávy [1].

2 Možnosti fixace DPS

Tato kapitola obsahuje 4 strany a je součástí Technické zprávy [1].

3 Možnosti optimalizace aktuálního řešení fixace DPS

Tato kapitola obsahuje 2 strany a je součástí Technické zprávy [1].

4 Řešení kmitání metodou konečných prvků

Než se pustíme do modální a harmonické analýzy modelu senzoru pomocí softwaru ANSYS Workbench, který využívá metodu konečných prvků je potřeba porozumět, jak software funguje, abychom mohli správně interpretovat získané výsledky. Zkoumaný senzor je jako každé jiné reálné těleso hmotný a poddajný, takže je schopen kmitat. Ve skutečnosti se jedná o kmitání kontinua, což je velice složitá problematika. Kmitání kontinua dokážeme analyticky popsat (pomocí parciálních diferenciálních rovnic) jen u těles jednoduchého tvaru, a to ještě za určitých zjednodušujících předpokladů. Proto se pro tělesa složitějších tvarů používá diskretizace pomocí MKP a dále se řeší kmitání konečného počtu předem definovaných bodů tělesa (tzv. uzlů), které vede na obyčejné diferenciální rovnice. Diskretizací modelu tělesa se však dopouštíme určité chyby, a proto se vždy bude MKP řešení více či méně lišit od “přesného” analytického řešení. Rozdíly mezi analytickým (tj. spojitá formulace úlohy) a MKP řešením (tj. diskrétní formulace úlohy) budou objasněny na následujícím příkladu.

4.1 Podélné kmitání tenké tyče – spojitá formulace

Uvažujeme osově zatíženou tenkou prizmatickou tyč, jejíž průřez je v porovnání s délkou tyče malý a po deformaci zůstane rovinný. Zanedbáváme příčné deformace a předpokládáme, že rozložení napětí po průřezu je konstantní. Uvažujeme tedy jednorozměrnou deformaci u ve směru souřadnice x , tedy podélné kmitání. Podrobnější odvození je možno nalézt v [2].

Z pohybové rovnice pro element tyče získáme tzv. vlnovou rovnici

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c_0^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}. \quad (4.1)$$

Tato parciální diferenciální rovnice druhého řádu popisuje šíření podélných vln v tenké tyči fázovou rychlostí

$$c_0 = \sqrt{E/\rho}. \quad (4.2)$$

Předpokládáme, že podélné kmitání (tj. řešení vlnové rovnice (4.1)) bude ve tvaru

$$u(x, t) = U(x) \sin(\Omega t). \quad (4.3)$$

Pro amplitudu podélného kmitání $U = U(x)$ lze odvodit vztah

$$U = C \sin\left(\frac{\Omega}{c_0} x\right) + D \cos\left(\frac{\Omega}{c_0} x\right), \quad (4.4)$$

kde konstanty C a D určíme z okrajových podmínek. V našem případě uvažujme tyč délky L , která je na obou koncích volná. Vlastní kruhová frekvence k -tého tvaru kmitání pak vyjde

$$\Omega_k = \frac{c_0}{L} (k - 1)\pi, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (4.5)$$

a vlastní tvar odpovídající k -té vlastní kruhové frekvenci získáme dosazením (4.5) do (4.4)

$$U_k = D_k \cos\left(\frac{\Omega_k}{c_0} x\right) = D_k \cos\left(\frac{(k - 1)\pi}{L} x\right) = D_k \cos(\gamma_k x). \quad (4.6)$$

Amplitudy vlastních tvarů kmitu D_k se nedají určit jednoznačně, protože jakýkoliv násobek vlastního tvaru kmitu splňuje vlnovou rovnici. Z toho vyplývá, že vlastní tvar udává pouze poměr amplitud podélného kmitání jednotlivých bodů tyče, které mají různé souřadnice x .

Z posledních dvou vztahů je zřejmé, že 1. vlastní kruhová frekvence je nulová a 1. vlastní tvar je roven konstantě D_k a nezávisí tedy na souřadnici x . Takže všechny body tenké tyče mají v daném okamžiku stejnou hodnotu podélného posunutí u , což odpovídá rovnoměrnému přímočarému pohybu tyče jako tuhého celku. Tento jev zde nastává, protože tyč není nijak uchycena.

V (4.6) jsme zavedli vlnové číslo vztahem

$$\gamma_k = \frac{(k - 1)\pi}{L}. \quad (4.7)$$

Dále platí vztah mezi vlastní kruhovou frekvencí a vlastní periodou T_k

$$\Omega_k = \frac{2\pi}{T_k} \quad (4.8)$$

a vztah mezi vlnovým číslem a vlnovou délkou k -tého tvaru kmitání

$$\gamma_k = \frac{2\pi}{\Lambda_k}. \quad (4.9)$$

Nyní můžeme definovat rychlost šíření příslušného vlastního tvaru

$$c_k = \frac{\Lambda_k}{T_k} = \frac{\Omega_k}{\gamma_k} = \frac{c_0(k-1)\pi}{L} \cdot \frac{L}{(k-1)\pi} = c_0 = \text{konst.} \quad (4.10)$$

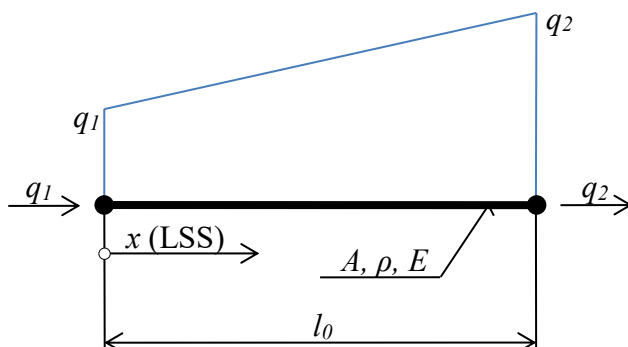
Z posledního vztahu vidíme, že rychlost šíření všech vlastních tvarů je stejná a rovná se fázové rychlosti c_0 . Tenkou tyč označujeme za nedisperzní prostředí, protože rychlost šíření harmonické vlny nezávisí na vlastní kruhové frekvenci.

4.2 Podélné kmitání tenké tyče – diskrétní formulace

Uvažujeme tenkou prizmatickou tyč délky L a plochy průřezu A z materiálu o hustotě ρ a modulu pružnosti v tahu E . U takto definované tyče sledujeme podélné ustálené kmitání. Přičemž předpokládáme malé deformace v rámci lineární pružnosti (tzn. platí Hookeův zákon) a neuvažujeme tlumení.

4.2.1 Formulace prvku

Pro modelování úlohy MKP použijeme tzv. lagrangeovský tyčový prvek s lineární náhradou posuvů. Jedná se o nejjednodušší používaný prvek v technické praxi a je zobrazen na obrázku 4.1. Tento prvek má jen 2 uzly (tj. koncové body) a každý uzel disponuje pouze 1 možným posuvem, a to ve směru osy x lokálního souřadného systému (dále jen „LSS“). Může přenášet jen namáhání tahem nebo tlakem, nezná ohyb, krut ani smyk. Prvek má délku l_0 a přiřadíme mu také plochu průřezu A , hustotu ρ a modul pružnosti v tahu E .



Obrázek 1.1: Lagrangeovský tyčový prvek s lineární náhradou posuvů

Velikosti podélných posuvů uzlů q_1 a q_2 jsou pro názornost nakresleny kolmo na podélnou osu prvku. Při deformační variantě MKP, kterou využívá většina komerčních softwarů včetně ANSYS Workbench, jsou jako primární proměnné počítány posuvy v uzlech a jako sekundární

proměnné pak deformace a napětí v uzlech, které jsou méně přesné oproti primárním proměnným. Abychom zjistili hodnoty posuvů mimo uzly, musíme posuvy nad daným prvkem interpolovat. Obecně dva body (tj. posuvy q_1 a q_2) lze proložit jednoznačně polynomem právě prvního stupně čili přímkou. Pokud použijeme interpolační polynom v Lagrangeově tvaru, hovoříme o Lagrangeovském prvku s lineární náhradou posuvů. Je potřeba si uvědomit, že tímto krokem zavádíme do řešení nepřesnost a nalezené řešení je tedy aproximací přesného řešení.

Posuv libovolného bodu prvku určeného lokální x -ovou souřadnicí lze interpolovat polynomem v základním tvaru

$$\mathbf{u} = u = c_1 + c_2 x = \begin{bmatrix} 1 & x \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{Bmatrix} = \mathbf{U} \mathbf{c}. \quad (4.11)$$

Interpolace musí platit i v uzlech, takže do (4.11) dosadíme parametry uzlů

$$\mathbf{q} = \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & l_0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{Bmatrix} = \mathbf{S} \mathbf{c} \quad (4.12)$$

a když z (4.12) vyjádříme \mathbf{c} a dosadíme do (4.11), tak získáme

$$\mathbf{u} = \mathbf{U} \mathbf{c} = \mathbf{U} \mathbf{S}^{-1} \mathbf{q} = \mathbf{A} \mathbf{q}, \quad (4.13)$$

což je hledaný interpolační vztah, pomocí něhož můžeme z vypočtených posuvů v uzlech zjistit posuv v kterémkoliv bodě prvku. \mathbf{A} je matice tvarových funkcí a v tomto případě vychází

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} 1 & x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/l_0 & 1/l_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - x/l_0 & x/l_0 \end{bmatrix} \\ &= [a_1(x) \quad a_2(x)]. \end{aligned} \quad (4.14)$$

Jednotlivé tvarové funkce $a_1(x)$ a $a_2(x)$ jsou z matematického pohledu tzv. bázovými funkcemi hledaného interpolačního polynomu v Lagrangeově tvaru

$$u = a_1(x)q_1 + a_2(x)q_2 \quad (4.15)$$

Každá tvarová funkce přísluší právě jednomu uzlu, ve kterém nabývá hodnoty 1 a v ostatních uzlech nabývá hodnoty 0. Součet tvarových funkcí je roven 1. Toto jsou obecné vlastnosti tvarových funkcí, které platí i pro vícedimenzionální prvky.

Poměrnou deformaci (přetvoření) nad daným prvkem určíme obecně pomocí Cauchyho vztahů takto

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\partial} \mathbf{u} = \boldsymbol{\partial} \mathbf{A} \mathbf{q} = \mathbf{B} \mathbf{q}. \quad (4.16)$$

V našem případě jednorozměrné deformace platí

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{du}{dx} = \frac{d}{dx} (\mathbf{A} \mathbf{q}) = \frac{d}{dx} [1 - x/l_0 \quad x/l_0] \mathbf{q} = [-1/l_0 \quad 1/l_0] \mathbf{q}. \quad (4.17)$$

Maticový operátor aproximující přetvoření je tedy

$$\mathbf{B} = [-1/l_0 \quad 1/l_0]. \quad (4.18)$$

Nyní je důležité upozornit na to, že jelikož matice \mathbf{B} není funkcí lokální souřadnice x , takže přetvoření nad daným elementem je konstantní. To platí u všech prvků s lineární náhradou posuvů.

Pro úplnost s pomocí Hookeova zákona určíme obecně napětí nad daným elementem

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{E} \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{E} \mathbf{B} \mathbf{q}. \quad (4.19)$$

Matice \mathbf{E} obsahuje materiálové konstanty a v našem případě jednorozměrného přetvoření je to jen jedna konstanta – modul pružnosti v tahu E . Napětí je proto stejně jako přetvoření konstantní nad daným elementem. V našem případě zjistíme napětí takto

$$\boldsymbol{\sigma} = E \boldsymbol{\varepsilon} = E \mathbf{B} \mathbf{q} = E [-1/l_0 \quad 1/l_0] \mathbf{q}. \quad (4.20)$$

Na základě Lagrangeova principu minima potenciální energie lze odvodit (např. podle [3]) matici tuhosti prvku

$$\mathbf{k} = \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{E} \mathbf{B} dV = \int_0^{l_0} \begin{bmatrix} -\frac{1}{l_0} \\ \frac{1}{l_0} \end{bmatrix} E \begin{bmatrix} -\frac{1}{l_0} & \frac{1}{l_0} \end{bmatrix} A dx = \frac{EA}{l_0} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

a konsistentní matici hmotnosti prvku

$$\mathbf{m}_C = \rho \int_V \mathbf{A}^T \mathbf{A} dV = \rho A \int_0^{l_0} \mathbf{A}^T \mathbf{A} dx = \frac{\rho A l_0}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}. \quad (4.22)$$

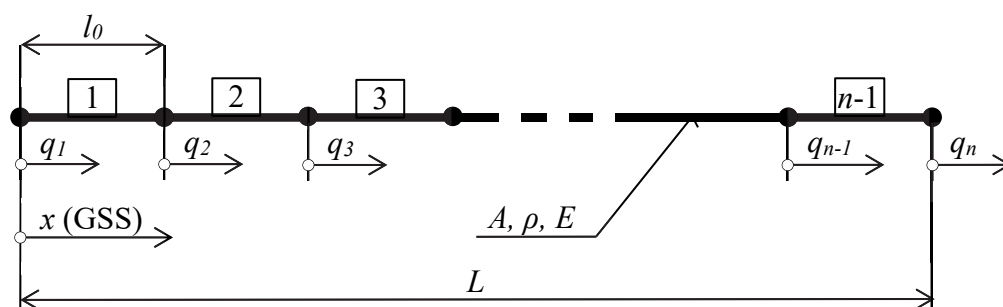
Soustředíme-li spojitě rozloženou hmotu prvku do jeho uzlů, dostaneme diagonální matici hmotnosti

$$\mathbf{m}_D = \frac{\rho A l_0}{6} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}. \quad (4.23)$$

4.2.2 Diskretizace metodou konečných prvků

Nyní už máme naformulovaný tyčový prvek délky l_0 , kterým vysítujeme podle obrázku 4.2 modelovanou tyč délky L . Takže budeme potřebovat k_{max} takových prvků.

$$k_{max} = n - 1 = \frac{L}{l_0} \quad (4.24)$$



Obrázek 1.2: Tenká tyč modelovaná Lagrangeovskými tyčovými prvky s lineární náhradou posuvů

Při síťování tyče konečnými prvky zavádíme globální souřadný systém (GSS) a aby na sebe jednotlivé prvky navazovaly, je potřeba dodržet dva důležité předpoklady – kompatibilitu posuvů a rovnováhu sil v uzlu. To znamená, že pokud mají dva prvky společný uzel, tak v něm mají oba prvky stejný posuv a síly působící ve společném uzlu musí být v rovnováze. Na základě těchto předpokladů můžeme v GSS sestavit globální matice, které popisují vlastnosti modelované tyče s n uzly. Globální matice jsou typu $n \times n$ a vzniknou vždy umístěním matice k -tého prvku na pozici k, k až $k + 1, k + 1$.

Globální matice tuhosti má tvar

$$\mathbf{K} = \frac{EA}{l_0} \begin{bmatrix} 1 & -1 & & & & & \\ -1 & 2 & -1 & & & & \\ & -1 & 2 & -1 & & & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & & \\ & & & & -1 & 2 & -1 \\ & & & & & -1 & 2 \\ & & & & & & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

Globální konsistentní matice hmotnosti má tvar

$$\mathbf{M}_C = \frac{\rho A l_0}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 & & & & & & \\ 1 & 4 & 1 & & & & & \\ & 1 & 4 & 1 & & & & \\ & & \cdot & \cdot & \cdot & & & \\ & & & \cdot & \cdot & \cdot & & \\ & & & & 1 & 4 & 1 & \\ & & & & & 1 & 2 & \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

Globální diagonální matice hmotnosti má tvar

$$\mathbf{M}_D = \frac{\rho A l_0}{6} \begin{bmatrix} 3 & & & & & & & \\ & 6 & & & & & & \\ & & 6 & & & & & \\ & & & \cdot & & & & \\ & & & & \cdot & & & \\ & & & & & 6 & & \\ & & & & & & 3 & \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

4.2.3 Modální analýza

Vlastní netlumené kmitání tenké tyče modelované konečnými prvky je předmětem modální analýzy a je popsáno následující soustavou pohybových rovnic (odvození je v [4])

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K} \mathbf{q} = \mathbf{0}, \quad (4.28)$$

kde \mathbf{M} je buď globální konsistentní nebo globální diagonální matice hmotnosti.

Předpokládáme-li řešení ve tvaru

$$\mathbf{q} = \mathbf{v} \sin(\Omega t + \varphi) = \begin{Bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{Bmatrix} \sin(\Omega t + \varphi), \quad (4.29)$$

kde \mathbf{v} je vektor amplitud, pak po dosazení do (4.28) a úpravě získáme

$$(\mathbf{K} - \lambda \mathbf{M}) \mathbf{v} = \mathbf{0}. \quad (4.30)$$

Rovnice (4.30) představuje zobecněný problém vlastních čísel λ a vlastních vektorů \mathbf{v} , pro který existuje mnoho matematických metod řešení. Výsledkem matematického řešení jsou matice \mathbf{V} a \mathbf{D} .

Odmocniny z vlastních čísel

$$\Omega_k = \sqrt{\lambda_k}, \quad k = 1, 2, 3 \dots n \quad (4.31)$$

mají fyzikální význam vlastních kruhových frekvencí netlumeného kmitání a řadíme je podle velikosti od nejmenší po největší. Vlastní čísla jsou uspořádána na hlavní diagonále spektrální matice **D**. Vlastní vektor má fyzikální význam vlastního tvaru kmitání čili obsahuje čísla určující poměr amplitud jednotlivých souřadnic q_k . Každé vlastní kruhové frekvenci přísluší právě jeden vlastní tvar, což je vždy jeden sloupec modální matice **V**.

Obecně platí, že soustava s n stupni volnosti má n vlastních kruhových frekvencí a n vlastních tvarů. V našem případě, kdy má každý uzel pouze jeden stupeň volnosti, bude počet vlastních kruhových frekvencí shodný i s počtem uzlů.

Úloha hledání vlastních kruhových frekvencí a vlastních tvarů se nazývá modální analýza a souží pouze ke zjištění “kmitavého potenciálu” soustavy. Výsledné vlastní netlumené kmitání soustavy je lineární kombinací kmitání se všemi vlastními tvary a závisí na konkrétních počátečních podmínkách.

V technické praxi se vždy pracuje s vlastními frekvencemi (v jednotkách Hz), které určíme ze vztahu

$$f_k = \frac{\Omega_k}{2\pi}, \quad k = 1, 2, 3 \dots n. \quad (4.32)$$

Rychlost šíření k -tého vlastního tvaru jsme definovali vztahem (4.10). Když do něj dosadíme k -tou vlastní kruhovou frekvenci (4.31) získanou řešením pomocí MKP, získáme

$$c_k = \frac{\Lambda_k}{T_k} = \frac{\Omega_k}{\gamma_k} = \frac{\Omega_k}{\frac{(k-1)\pi}{L}} = \frac{\Omega_k L}{(k-1)\pi}, \quad k = 2, 3, 4 \dots n. \quad (4.33)$$

Fázová rychlost 1. vlastního tvaru s nulovou vlastní frekvencí (v tomto případě) je

$$c_1 = c_0. \quad (4.34)$$

Pro simulaci diskrétní formulace úlohy byl v softwaru *Matlab* vytvořen program *ModalniAnalýza*, který spočítá a vykreslí vlastní frekvence, fázové rychlosti a vlastní tvary uvažované tenké tyče modelované konečnými prvky, a to buď s konsistentní nebo s diagonální maticí hmotnosti. Inspirací k vytvoření zdrojového kódu byl podobný zdrojový kód v [2].

Vykreslené grafy pro tyč délky $L = 2$ m, kruhového průřezu o poloměru $r = 0,01$ m a tedy ploše průřezu $A = \pi r^2 = 3,14 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$, z konstrukční oceli o hustotě $\rho = 7850 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ a modulu pružnosti v tahu $E = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$, modelovanou prvky s celkovým počtem uzlů $n = 25$ jsou na obrázcích 4.3 až 4.6. Následuje zdrojový kód programu *ModalniAnalyza*.

```
% Program ModalniAnalyza
clear
n=25;      % pocet stupnu volnosti = pocet uzlu
kmax=n-1;  % pocet prvku
% parametry tyce kruhoveho prurezu
ro=7850;   % hustota oceli v kg/m^3
d=0.02;    % prumer kruhoveho prurezu v m
A=pi*d^2/4; % plocha prurezu v m^2
L=2;       % delka profilu v m
lnula=L/kmax; % delka elementu
E=210e9;   % modul pruznosti v tahu v Pa
% lokalni matice a typ matice hmotnosti
icons=...
    input('konsistentni nebo diagonalni formulace? vlož (1 nebo 0) ...');
xmec=[2 1; 1 2]; % berzormerova konsistentni matice hmotnosti
xmed=[3 0; 0 3]; % berzormerova diagonalni matice hmotnosti
if icons == 1,
    label = ['Konsistentni formulace']; xme = xmec;
else
    label = ['Diagonalni formulace']; xme = xmed;
end
xke=[1 -1; -1 1]; % bezrozmerna matice tuhosti
xm=zeros(n); xk=zeros(n); % dimenze matic
% sestaveni globalnich matic
for k=1:kmax
    ic(1) = k; ic(2) = k + 1; % generace kodovych cisel
    xm(ic,ic) = xm(ic,ic) + xme; % globalni matice hmotnosti
    xk(ic,ic) = xk(ic,ic) + xke; % globalni matice tuhosti
end
xm=(ro*A*lnula/6)*xm; % globalni rozmerova matice hmotnosti
xk=(E*A/lnula)*xk; % globalni rozmerova matice tuhosti
% vypocteni vlastnich cisel a vlastnich vektoru soustavy
% mame n vlastnich cisel, prvni je nulove
[V D] = eig(xk,xm); % zobecneny problem vlastnich cisel
lam=real(diag(D)); % nulova hodnota je vlivem zaokrouhlovacich chyb
% spoctena jako komplexni cislo s velmi malou
% imaginarni casti - vlastni cisla v s^-2
om=sqrt(lam); % vlastni kruhove frekvence v s^-1, nejsou setrideny
% setrideni
[omsort,ii]=sort(om); % ii je ukazatel na puvodni polohu vlastnich
% kruhovych frekvenci
omsort(1)=0; % vime, ze 1. vlastni kruhova frekvence je nulova
fsort=omsort/(2*pi); % vlastni frekvence v Hz
% fazove rychlosti jsou
for i=2:n
    ck(i)=omsort(i)*L/((i-1)*pi);
end;
ck(1)=sqrt(E/ro); % vime, ze ma byt c0
% vykresleni grafu
figure(1)
    subplot(3,1,1); % nakresli vlastni frekvence
    plot(fsort','o');
    title(label)
    ylabel('fk [Hz]')
```

```

xlabel('k')
subplot(3,1,2); % nakresli fazove rychlosti
plot(ck,'o');
ylabel('ck [m/s]')
xlabel('k')
subplot(3,1,3); % nakresli zavislost rychlosti na frekvenci
plot(fsor,ck);
ylabel('ck [m/s]');
xlabel('fk [Hz]')

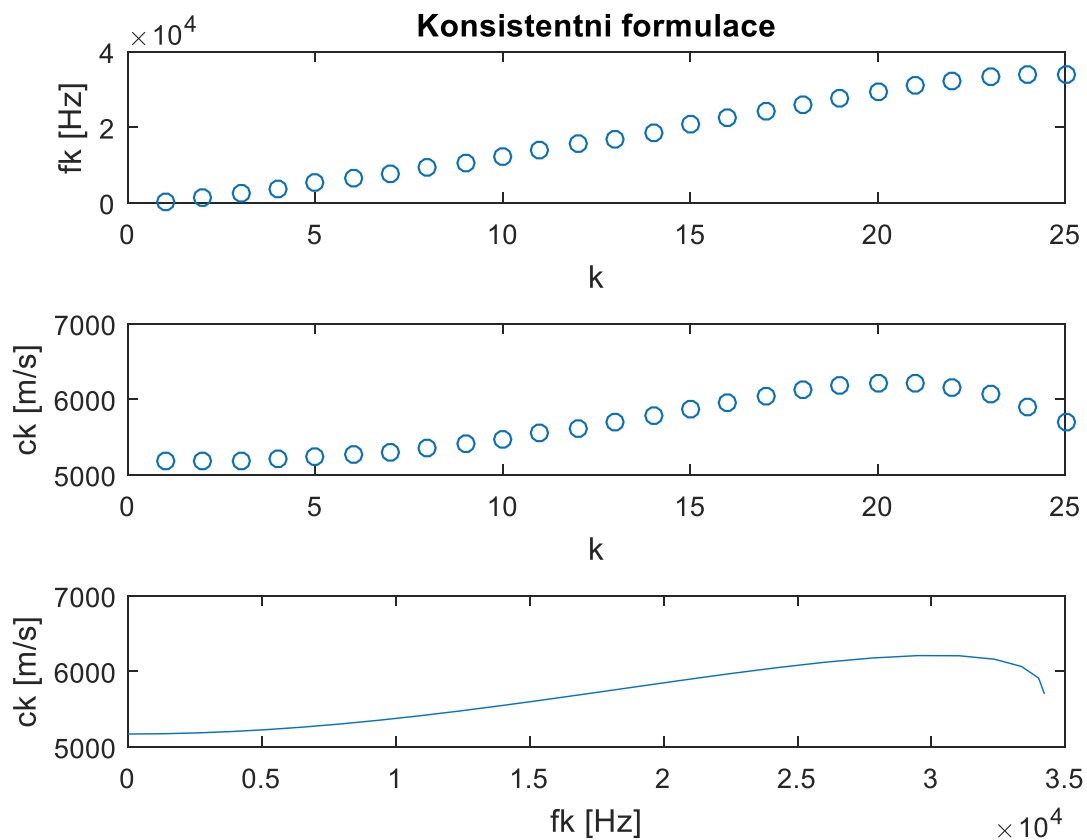
figure(2) % nakresli vlastni vektory
for i=1:n
    subplot(5,5,i)
    plot(V(:,ii(i))); axis('off')
    title(int2str(i));
    if i==1
        axis([0 n -1000 1000])
    end
end
end

```

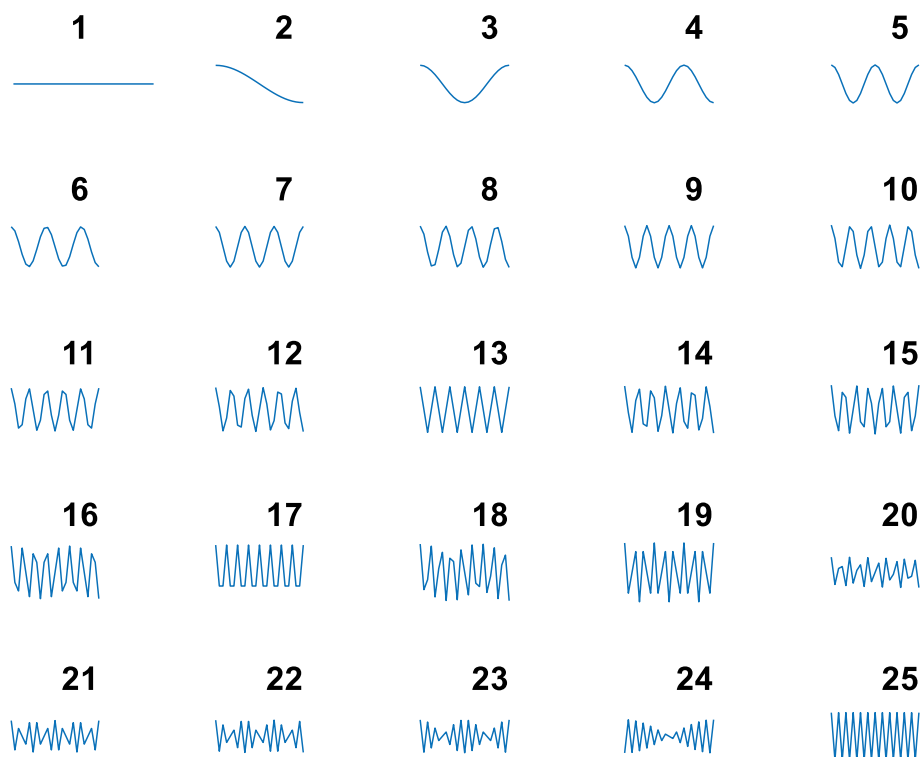
Na vykreslených grafech na následujících obrázcích 4.3 až 4.6 si můžeme všimnout, že při diskrétní formulaci (ať už při konsistentní, nebo diagonální formulaci) získáme na rozdíl od spojité formulace konečný počet vlastních frekvencí, protože soustava má konečný počet stupňů volnosti, v tomto případě 25. Říkáme, že frekvenční spektrum konečnoprvkového modelu je diskrétní a omezené.

Dále jde vidět, že když při modelování pomocí MKP použijeme konsistentní matici hmotnosti, získáme převážně rostoucí závislost fázové rychlosti na vlastní frekvenci. Při použití diagonální matice hmotnosti získáme klesající závislost fázové rychlosti na vlastní frekvenci. Důležité je uvědomit si, že v obou diskrétních formulacích je fázová rychlost závislá na vlastní frekvenci. Proto říkáme, že konečnoprvkový model je dispersní prostředí.

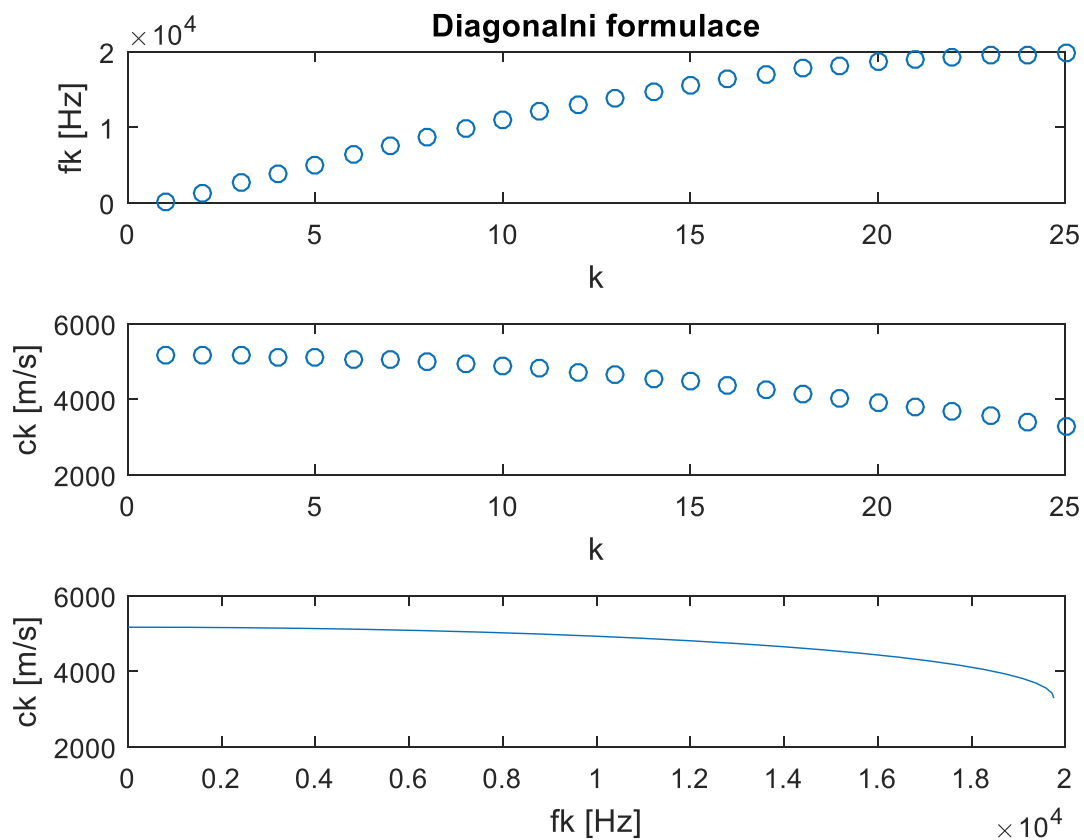
Připomeňme, že tenká tyč, uvažovaná jako jednorozměrné kontinuum (viz podkapitola 4.1) má nekonečný počet vlastních frekvencí čili její frekvenční spektrum je neomezené. Její fázová rychlost je konstantní a nezávisí tedy na frekvenci. Proto říkáme, že tenká tyč uvažovaná jako jednorozměrné kontinuum je nedisperzní prostředí.



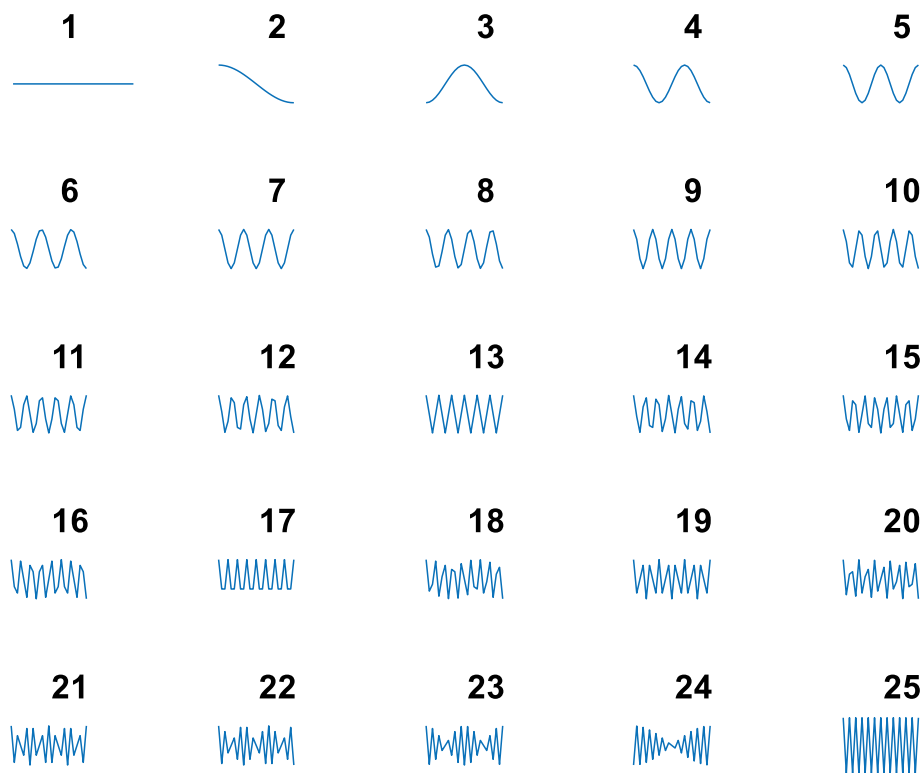
Obrázek 1.3: Vlastní frekvence a fázové rychlosti při konsistentní formulaci



Obrázek 1.4: Vlastní tvary při konsistentní formulaci



Obrázek 1.5: Vlastní frekvence a fázové rychlosti při diagonální formulaci



Obrázek 1.6: Vlastní tvary při diagonální formulaci

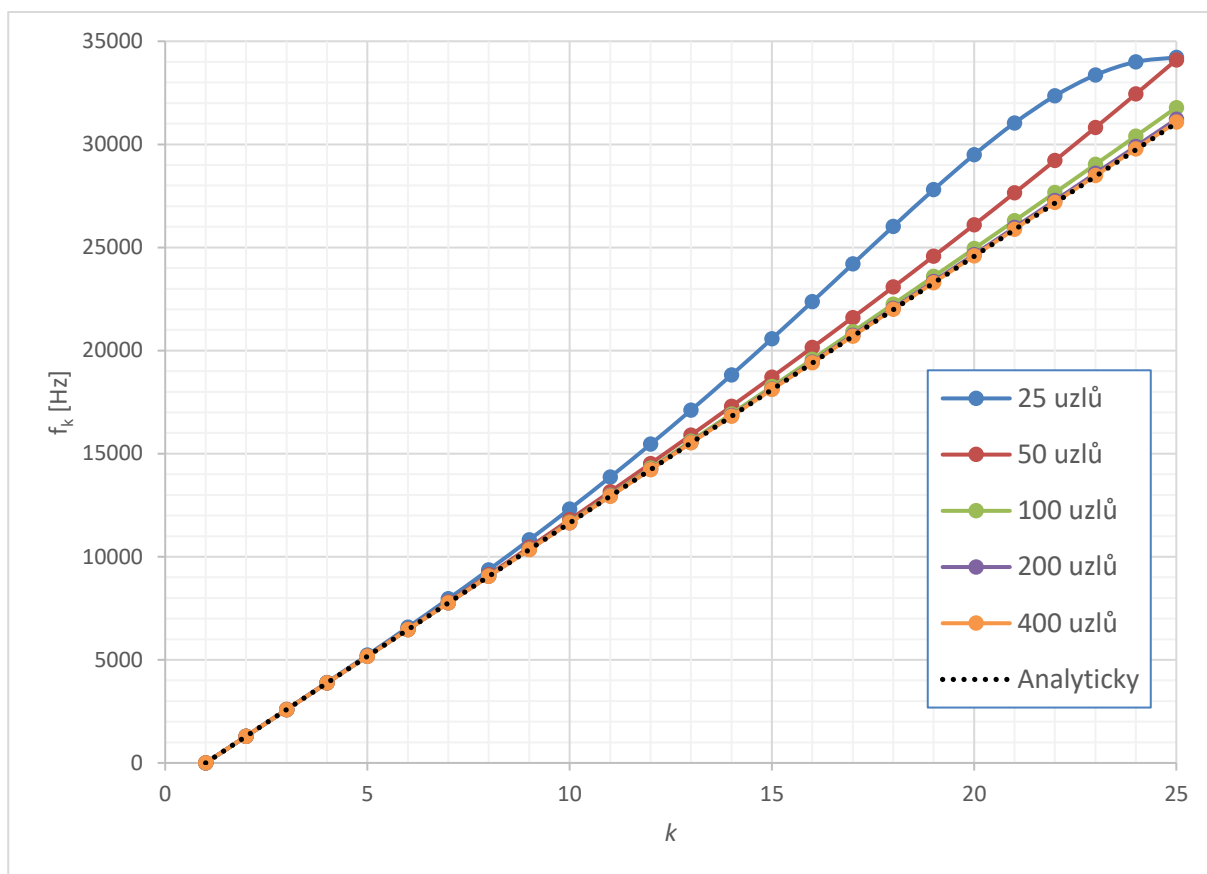
Při pozorování vlastních tvarů je potřeba upozornit na skutečnost, že stále sledujeme podélné kmitání tenké tyče. Nicméně abychom získali představu o kmitání jednotlivých uzlů diskrétního modelu, amplitudy souřadnic jednotlivých uzlů jsou vyneseny kolmo na osu modelované tyče. Vidíme, že vlastní tvary odpovídající nižším vlastním frekvencím dobře odpovídají skutečnému harmonickému průběhu vlastních tvarů při spojitě formulaci úlohy, protože pro vykreslení několika málo period funkce kosinus je 25 bodů dostačujících. Bohužel u vlastních tvarů odpovídajících vyšším vlastním frekvencím pozorujeme stále větší rozdíly oproti skutečnému harmonickému průběhu.

Všimněme si, že nám stejně jako u spojitě formulace vyšla první vlastní frekvence nulová a odpovídající první vlastní tvar je konstantní. Obecně platí, že nulových vlastních frekvencí je tolik, kolik má daná soustava stupňů volnosti (tzn. možných nezávislých pohybů bez deformace) jako celek. V případě volného tělesa v prostoru pak vychází 6 prvních vlastních frekvencí nulových. Vlastní tvary odpovídající nulovým vlastním frekvencím jsou vždy konstantní. To znamená, že všechny body/uzly tělesa kmitají se stejnou amplitudou i fázovým posuvem, a to odpovídá rovnoměrnému přímočarému pohybu tělesa jako tuhého celku.

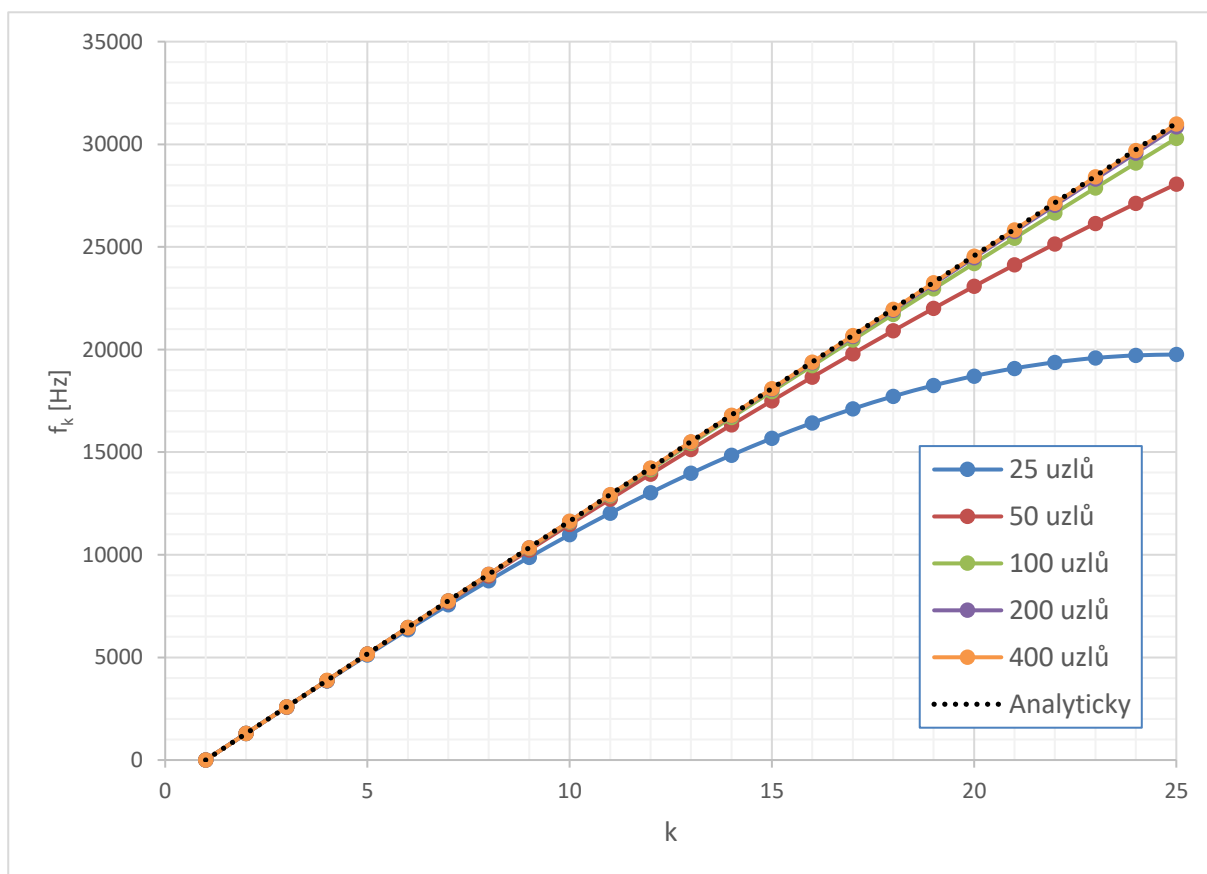
Na následujících obrázcích 4.7 a 4.8 je vždy prvních 25 vlastních frekvencí diskrétních modelů, které obsahují různý počet uzlů. Vlastní frekvence vypočtené programem *ModalniAnalýza* představují pochopitelně jen zvýrazněné body následujících grafů ($f_k = f(k)$, $k = 1, 2, 3 \dots n$), ale pro lepší představu o nárůstu vlastních frekvencí jsou body proloženy křivkami.

Vidíme, že u modelu s konsistentní maticí hmotnosti s rostoucím počtem uzlů vlastní frekvence konvergují shora k analytickému řešení (tj. spojitá formulace úlohy), které je přímkového charakteru. Naopak u modelu s diagonální maticí hmotnosti s rostoucím počtem uzlů vlastní frekvence konvergují zdola k analytickému řešení.

Konsistentní matice hmotnosti odvozená na základě tvarových funkcí zohledňuje rozložení hmotnosti po délce prvku a používá se v komerčním softwaru ANSYS Workbench pro běžné výpočty, jako je statická, modální nebo harmonická analýza. Diagonální matice hmotnosti je určitým zjednodušením konsistentní matice hmotnosti a soustřeďuje hmotnost prvku jen do jeho uzlů. Takže pak řešíme kmitání hmotných bodů (uzlů) spojených nehmotnými pružnými vazbami (tj. samotný prvek). Výpočty s diagonální maticí hmotnosti probíhají rychleji než s konsistentní. Proto se používá pro simulování dějů probíhajících v krátkém čase, jako jsou například *crash testy*.



Obrázek 1.7: Zhušťování sítě diskrétního modelu s konsistentní maticí hmotnosti



Obrázek 1.8: Zhušťování sítě diskrétního modelu s diagonální maticí hmotnosti

4.2.4 Harmonická analýza

Harmonická analýza slouží k popisu ustáleného vynuceného kmitání. Netlumené kmitání vynucené silou harmonického průběhu se dá podle [4] popsat následující soustavou pohybových rovnic

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K} \mathbf{q} = \mathbf{f} = \mathbf{f}_a \sin(\omega t), \quad (4.35)$$

kde \mathbf{f} je vektor budících harmonických sil, \mathbf{f}_a je vektor amplitud budících sil a ω je kruhová frekvence budících sil. V rovnici (4.35) se předpokládá, že síly působící na všechny uzly konečnoprvkového modelu mají stejnou kruhovou frekvenci a stejný (nulový) fázový posuv. Řešení ustáleného vynuceného kmitání předpokládáme ve tvaru

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}_a \sin(\omega t) = \begin{Bmatrix} q_{a1} \\ q_{a2} \\ \vdots \\ q_{an} \end{Bmatrix} \sin(\omega t), \quad (4.36)$$

kde \mathbf{q}_a je vektor amplitud ustáleného vynuceného kmitání jednotlivých uzlů. Po dosazení vztahu (4.36) a jeho druhé časové derivace do (4.35) a po úpravách získáme

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) \mathbf{q}_a = \mathbf{f}_a. \quad (4.37)$$

Poslední rovnice představuje soustavu n lineárních algebraických rovnic o n neznámých q_{ak} , kde n je počet stupňů volnosti. Výraz $\mathbf{K}_D = \mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}$ bývá často označován jako matice dynamické tuhosti. Jedná se tedy o kvazistatickou úlohu.

5 Analýza nového modelu senzoru

Tato kapitola obsahuje 32 stran a je součástí Technické zprávy [1].

6 Návrh podpor

Tato kapitola obsahuje 9 stran a je součástí Technické zprávy [1].

7 Analýza optimalizovaného upevnění DPS

Tato kapitola obsahuje 16 stran a je součástí Technické zprávy [1].

8 Závěr

V původním modelu senzoru byla DPS upevněna pomocí 7 aktivních a 5 pasivních press fit pinů. V prvním analyzovaném modelu senzoru byla DPS upevněna pouze pomocí 7 aktivních press fit pinů a ukázalo se, že toto upevnění je nevyhovující, protože při kmitání senzoru vznikaly na DPS vysoké poměrné deformace, které by mohly mít destruktivní vliv na svarové a lepené elektrické spoje na DPS. Cílem práce tedy bylo doplnit aktivní press fit piny nového modelu senzoru o jiné fixační prvky, které by spolu s piny zajistily spolehlivé upevnění DPS a zároveň byly z hlediska výrobního procesu levnější než původní pasivní press fit piny.

V úvodních kapitolách této práce jsou diskutovány výhody a nevýhody různých fixačních prvků DPS. Následně bylo rozhodnuto, že aktivní press fit piny budou doplněny o plastové podpory, které budou odformovány společně se základním dílem senzoru a budou bránit posuvu DPS vlivem předpětí. Navržené podpory byly nejprve samostatně zkontrolovány staticky a následně jako součást celého modelu senzoru i dynamicky. Srovnání výsledků harmonických analýz modelu bez podpor a s podporami je v tabulce 8.1.

Tabulka 1.1: Srovnání dosažených výsledků

Výsledky	Maximum bez podpor	Maximum s podporami	Procentuální snížení	Mezní hodnota	Výsledná bezpečnost
Ekvivalentní poměrná deformace DPS	0,0020	0,00093	53,5 %	0,0013	1,4
Ekvivalentní napětí v press fit pinech	95,5 MPa	88,7 MPa	7,1 %	500 MPa	5,64

Při harmonických analýzách senzoru s navrženými podporami byl analyzován případ malého skutečného přesahu zobáčku každé podpory a DPS. Při malém přesahu vzniklo malé předpětí podpory, které však stačilo pro dostatečné snížení poměrné deformace DPS (o 53,5 %). Maximální amplituda ekvivalentního napětí na podpoře přitom byla menší než 2 MPa. Kdyby naopak vzniklo v podpoře vlivem velkého přesahu velké předpětí, vzrostla by i statická střední složka napětí (při maximálním dovoleném přesahu 0,3 mm až na 62 MPa). V tom případě by ale podpora působila větší silou na DPS, která by měla méně kmitat, takže by zase měla být menší maximální amplituda ekvivalentního napětí na podpoře. Z uvedeného vyplývá, že při jakémkoliv skutečném přesahu podpory a DPS (v rámci tolerancí) by napětí v podpoře nikdy nemělo překročit dovolenou hodnotu 100 MPa.

Díky přidaným podporám tedy došlo k výraznému snížení ekvivalentní poměrné deformace DPS i ekvivalentního napětí v press fit pinech. Obě tyto sledované veličiny jsou nyní pod mezní hodnotu. Podpory kombinaci statického a dynamického zatížení vydrží a jejich výrobní náklady jsou ve srovnání s press fit piny nižší. Takže optimalizované upevnění DPS pomocí přidaných plastových podpor splňuje všechny kladené požadavky.

Vlastnosti řešení modální a harmonické analýzy pomocí MKP jsou vysvětleny na příkladu kmitání tenké tyče s využitím softwaru *Matlab* v kapitole 4. Pro veškeré provedené MKP analýzy modelu senzoru byl použit komerční software *ANSYS Workbench*.

Na závěr nutno poznamenat, že vzhledem k doporučenému rozsahu bakalářské práce a časovým možnostem byla při řešení analýz senzoru přijata řada zjednodušení. Pro všeobecně platné výsledky by bylo potřeba uvažovat při výpočtu vliv různé teploty prostředí, ve kterém se může senzor vyskytovat. Pro spolehlivější ověření fixace DPS pomocí podpor a pinů by bylo vhodné realizovat harmonické analýzy při různých velikostech skutečného přesahu. Aby výsledky výpočtového modelu co nejlépe odpovídaly výsledkům reálných experimentů, provádí se v praxi korelace na úrovni geometrie (tzn. uvažuje se vliv tolerancí všech součástí) a korelace na úrovni materiálu. Pro zpřesnění výsledků je potřeba několik korelačních smyček na daných úrovních.

Poděkování

Na tomto místě bych rád poděkoval zejména vedoucímu bakalářské práce Ing. Tomáši Brzobohatému, Ph.D. a konzultantovi ze společnosti Continental Ing. Jiřímu Baraňákovi za jejich cenné rady, předané zkušenosti a věnovaný čas při konzultacích. Dále děkuji Ing. Zdeňku Porubovi, Ph.D. za první seznámení se softwarem ANSYS Workbench a všem ostatním, kteří mi jakýmkoliv způsobem pomohli při tvorbě bakalářské práce.

9 Seznam použité literatury

- [1] PÁLENÍK, R. *Technická zpráva*. 65 s. Dostupné po souhlasu společnosti Continental jako součást celé bakalářské práce na odkazu: did80063/00_USER/Baraňák_Jiří/Bakalarska_prace/Palenik_Radek_text_BP.pdf.
- [2] STEJSKAL, V.; OKROUHLÍK, M. *Kmitání s Matlabem*. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2002. ISBN 80-01-02435-0.
- [3] FUSEK, M.; ROJÍČEK, J. *Podklady do předmětu MKP1*.
- [4] ONDROUCH, J.; PODEŠVA, J. *Aplikovaný mechanik jako součást týmů konstruktérů a vývojářů: teorie a příklady k předmětu "Technické kmitání"*. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 2012. ISBN 978-80-248-2762-9.
- [5] Dokumenty Continental.
- [6] ISO 16750-3. *Road vehicles: Environmental conditions and testing for electrical and electronic equipment*. Switzerland: International Organization for Standardization, 2007.
- [7] ANSYS, Inc. *ANSYS Release 18.0 Documentation*. 2016. Dostupné v elektronické podobě jako součást softwaru ANSYS 18.0.
- [8] C & R Technology Co., Ltd. [Online]. [Citace: 15. 5. 2017]. Dostupné z WWW: http://www.crtech.co.th/EN/productdetail.php?pro_id=70.
- [9] CONNECTOR TIPS [Online]. [Citace: 15. 5. 2017]. Dostupné z WWW: <http://www.connectortips.com/wave-solder-vs-press-fit-vs-smt/>.
- [10] PLANKL, C. *Mechanic Design Guideline for ECU's*. SIEMENS VDO Automotive, 2005.